

## Capítulo 2

### P 2.3

Resolução: Aplicando a definição de derivada,

$$\frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \frac{\sqrt{3x+1} - \sqrt{3 \cdot 1 + 1}}{x - 1} = \frac{\sqrt{3x+1} - 2}{x - 1}$$

Utilizando o produto notável,  $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$ , vamos multiplicar em cima e em baixo na fração pelo conjugado  $(\sqrt{3x+1} + 2)$ ,

$$\begin{aligned} \frac{(\sqrt{3x+1} - 2)}{x - 1} \times \frac{(\sqrt{3x+1} + 2)}{(\sqrt{3x+1} + 2)} &= \frac{(\sqrt{3x+1})^2 - (2)^2}{(x - 1)(\sqrt{3x+1} + 2)} = \frac{3x + 1 - 4}{(x - 1)(\sqrt{3x+1} + 2)} \\ &= \frac{3x - 3}{(x - 1)(\sqrt{3x+1} + 2)} = \frac{3\cancel{(x - 1)}}{\cancel{(x - 1)}(\sqrt{3x+1} + 2)} = \frac{3}{(\sqrt{3x+1} + 2)} \\ f'(1) &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3}{(\sqrt{3x+1} + 2)} = \frac{3}{(\sqrt{3 \cdot 1 + 1} + 2)} = \frac{3}{2 + 2} = \frac{3}{4} \end{aligned}$$

Resposta:  $f'(1) = \frac{3}{4}$ .

### P 2.4

Resolução: Aplicando a definição de derivada,

$$\frac{f(x) - f(-1)}{x - (-1)} = \frac{\frac{2}{4-2x} - \frac{2}{4-2(-1)}}{x + 1} = \frac{\frac{2}{4-2x} - \frac{2}{6}}{x + 1} = \frac{\frac{2}{4-2x} - \frac{1}{3}}{x + 1}$$

Tirando o M.M.C. e fazendo a divisão de frações,

$$\begin{aligned} \frac{\frac{2}{4-2x} - \frac{1}{3}}{x + 1} &= \left( \frac{2}{4-2x} - \frac{1}{3} \right) \times \frac{1}{x + 1} = \left( \frac{6 - (4 - 2x)}{3(4 - 2x)} \right) \times \frac{1}{x + 1} = \frac{2 + 2x}{3(4 - 2x)(x + 1)} = \\ &= \frac{2\cancel{(1 + x)}}{3(4 - 2x)\cancel{(x + 1)}} = \frac{2}{3(4 - 2x)} \\ f'(-1) &= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{2}{3(4 - 2x)} = \frac{2}{3(4 - 2(-1))} = \frac{2}{3(6)} = \frac{1}{9} \end{aligned}$$

Resposta:  $f'(-1) = \frac{1}{9}$ .

**P 2.5**

Resolução: Aplicando a definição de derivada,

$$\begin{aligned}\frac{f(x) - f(1)}{x - 1} &= \frac{(3x^2 + 2x + 1) - (3 \cdot 1^2 + 2 \cdot 1 + 1)}{x - 1} = \frac{3x^2 + 2x + 1 - 6}{x - 1} \\ &= \frac{3x^2 + 2x - 5}{x - 1}\end{aligned}$$

Fatorando o numerador pela igualdade  $ax^2 + bx + c = a \cdot (x - x')(x - x'')$ , onde  $x'$  e  $x''$  são as raízes determinadas pela fórmula de Bháskara, temos:

$$3x^2 + 2x - 5 = 0$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-5)}}{2 \cdot 3} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 60}}{6} = \frac{-2 \pm 8}{6} = \begin{cases} x' = -\frac{5}{3} \\ x'' = 1 \end{cases}$$

$$f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3\left(x + \frac{5}{3}\right)(x - 1)}{(x - 1)} = \lim_{x \rightarrow 1} 3\left(x + \frac{5}{3}\right) = 3\left(1 + \frac{5}{3}\right) = 3 + 5 = 8$$

Resposta:  $f'(1) = 8$ .

**P 2.6**

Resolução: Aplicando a definição de derivada,

$$\begin{aligned}\frac{f(x) - f(2)}{x - 2} &= \frac{\frac{1}{\sqrt{2x-3}} - \frac{1}{\sqrt{2 \cdot 2 - 3}}}{x - 2} = \frac{\frac{1}{\sqrt{2x-3}} - 1}{x - 2} = \frac{\frac{1 - \sqrt{2x-3}}{\sqrt{2x-3}}}{x - 2} = \frac{1 - \sqrt{2x-3}}{\sqrt{2x-3}} \times \frac{1}{x - 2} \\ &= \frac{1 - \sqrt{2x-3}}{(x - 2)\sqrt{2x-3}}\end{aligned}$$

Utilizando o produto notável,  $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$ , vamos multiplicar em cima e em baixo na fração pelo conjugado  $(1 + \sqrt{2x - 3})$ ,

$$\begin{aligned}\frac{1 - \sqrt{2x-3}}{(x - 2)\sqrt{2x-3}} \times \frac{(1 + \sqrt{2x-3})}{(1 + \sqrt{2x-3})} &= \frac{(1)^2 - (\sqrt{2x-3})^2}{(x - 2)\sqrt{2x-3}(1 + \sqrt{2x-3})} \\ &= \frac{1 - (2x - 3)}{(x - 2)\sqrt{2x-3}(1 + \sqrt{2x-3})} = \frac{4 - 2x}{(x - 2)\sqrt{2x-3}(1 + \sqrt{2x-3})} \\ &= \frac{-2(\cancel{x - 2})}{(\cancel{x - 2})\sqrt{2x-3}(1 + \sqrt{2x-3})} = \frac{-2}{\sqrt{2x-3}(1 + \sqrt{2x-3})}\end{aligned}$$

$$f'(2) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{-2}{\sqrt{2x-3}(1+\sqrt{2x-3})} = \frac{-2}{\sqrt{2 \cdot 2 - 3}(1+\sqrt{2 \cdot 2 - 3})} = \frac{-2}{1(1+1)} = -1$$

Resposta:  $f'(2) = -1$ .

### P 2.8

Resolução: Devemos verificar se existe o limite  $f'(0) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)-f(0)}{x-0}$ . Para isso, devemos analisar os limites laterais para ver se eles são iguais:

$$\frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \frac{\sqrt[5]{x} - 0}{x - 0} = \frac{\sqrt[5]{x}}{x} = x^{\frac{1}{5}} \div x = x^{-\frac{4}{5}} = \frac{1}{\sqrt[5]{x^4}}$$

Esta função não está definida para  $x = 0$  e,

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{\sqrt[5]{x^4}} = \frac{1}{0_+} = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{\sqrt[5]{x^4}} = \frac{1}{0_+} = \infty$$

Resposta: Como os limites não são finitos, concluímos que a função não é derivável no ponto  $x_0 = 0$ .

### P 2.9

Resolução: Devemos verificar se existe o limite  $f'(0) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)-f(0)}{x-0}$ . Para isso, devemos analisar os limites laterais para ver se eles são iguais:

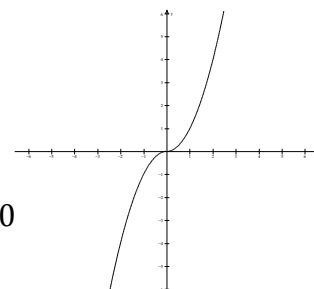
$$\frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \frac{x \cdot |x| - 0}{x - 0} = \frac{x \cdot |x|}{x} = |x|$$

Pela definição da função modular,

$$|x| = \begin{cases} x, & \text{se } x > 0 \\ -x, & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

Então,

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0^-} (-x) = 0$$



$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0^+} (x) = 0$$

Resposta: Como os limites laterais são iguais segue que  $f'(0) = 0$ .

### P 2.10

Resolução: Devemos verificar se existe o limite  $f'(0) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0}$ . Para isso, devemos analisar os limites laterais para ver se eles são iguais:

$$\frac{f(x) - f(5)}{x - 5} = \frac{|x - 5| - 0}{x - 5} = \frac{|x - 5|}{x - 5}$$

Pela definição da função modular,

$$\frac{|x - 5|}{x - 5} = \begin{cases} \frac{x - 5}{x - 5} = 1, & \text{se } x > 5 \\ -\frac{x - 5}{x - 5} = -1, & \text{se } x < 5 \end{cases}$$

Então,

$$\lim_{x \rightarrow 5^-} \frac{f(x) - f(5)}{x - 5} = \lim_{x \rightarrow 5^-} (-1) = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{f(x) - f(5)}{x - 5} = \lim_{x \rightarrow 5^+} (1) = 1$$

Resposta: Como os limites são diferentes, concluímos que a função  $f(x) = |x - 5|$  não é derivável no ponto  $x_0 = 5$ .

### P 2.12

Resolução: Lembrando que a definição de função derivada é dada pelo seguinte limite, se existir e for finito,

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

Calculando  $f(x + \Delta x)$ ,

$$f(x + \Delta x) = (x + \Delta x)^3 = (x^3 + 3x^2 \cdot \Delta x + 3x(\Delta x)^2 + (\Delta x)^3)$$

Calculando separadamente  $f(x + \Delta x) - f(x)$ ,

$$\begin{aligned} f(x + \Delta x) - f(x) &= x^3 + 3x^2 \cdot \Delta x + 3x(\Delta x)^2 + (\Delta x)^3 - x^3 \\ &= \Delta x(3x^2 + 3x \cdot \Delta x + (\Delta x)^2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta x(3x^2 + 3x \cdot \Delta x + (\Delta x)^2)}{\Delta x} \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} (3x^2 + 3x \cdot \Delta x + (\Delta x)^2) = 3x^2 \end{aligned}$$

Resposta:  $f'(x) = 3x^2$ . Em particular,  $f'(1) = 3 \cdot 1^2 = 3$

### **P 2.13**

Resolução: Lembrando que a definição de função derivada é dada pelo seguinte limite, se existir e for finito,

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

Calculando  $f(x + \Delta x)$ ,

$$f(x + \Delta x) = \sqrt{2(x + \Delta x) - 1}$$

Calculando separadamente  $f(x + \Delta x) - f(x)$ ,

$$f(x + \Delta x) - f(x) = \sqrt{2(x + \Delta x) - 1} - \sqrt{2x - 1}$$

Temos que multiplicar e dividir pelo conjugado para podermos calcular o limite, ou seja, por  $\sqrt{2(x + \Delta x) - 1} + \sqrt{2x - 1}$

$$\begin{aligned}
f'(x) &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} \\
&= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{2(x + \Delta x) - 1} - \sqrt{2x - 1})(\sqrt{2(x + \Delta x) - 1} + \sqrt{2x - 1})}{\Delta x (\sqrt{2(x + \Delta x) - 1} + \sqrt{2x - 1})} \\
&= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{2(x + \Delta x) - 1})^2 - (\sqrt{2x - 1})^2}{\Delta x (\sqrt{2(x + \Delta x) - 1} + \sqrt{2x - 1})} \\
&= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{(2(x + \Delta x) - 1) - (2x - 1)}{\Delta x (\sqrt{2(x + \Delta x) - 1} + \sqrt{2x - 1})} \\
&= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{2x + 2\Delta x - 1 - 2x + 1}{\Delta x (\sqrt{2(x + \Delta x) - 1} + \sqrt{2x - 1})} \\
&= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{2\Delta x}{\Delta x (\sqrt{2(x + \Delta x) - 1} + \sqrt{2x - 1})} \\
&= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{2}{(\sqrt{2(x + \Delta x) - 1} + \sqrt{2x - 1})} = \frac{2}{2\sqrt{2x - 1}} \\
&= \frac{1}{\sqrt{2x - 1}} \times \frac{\sqrt{2x - 1}}{\sqrt{2x - 1}} = \frac{\sqrt{2x - 1}}{2x - 1}
\end{aligned}$$

Resposta:  $f'(x) = \frac{\sqrt{2x-1}}{2x-1}$ .

### P 2.14

Resolução: Lembrando que a definição de função derivada é dada pelo seguinte limite, se existir e for finito,

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

Calculando  $f(x + \Delta x)$ ,

$$f(x + \Delta x) = \frac{1}{3(x + \Delta x) + 1} = \frac{1}{3x + 3\Delta x + 1}$$

Calculando separadamente  $f(x + \Delta x) - f(x)$ ,

$$f(x + \Delta x) - f(x) = \frac{1}{3x + 3\Delta x + 1} - \frac{1}{3x + 1} = \frac{(3x + 1) - (3x + 3\Delta x + 1)}{(3x + 3\Delta x + 1)(3x + 1)}$$

$$= \frac{-3\Delta x}{(3x + 3\Delta x + 1)(3x + 1)}$$

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{-3\Delta x}{(3x + 3\Delta x + 1)(3x + 1)\Delta x}$$

$$= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{-3}{(3x + 3\Delta x + 1)(3x + 1)} = \frac{-3}{(3x + 1)^2}$$

Resposta:  $f'(x) = \frac{-3}{(3x+1)^2}$ .

### P 2.15

Resolução: Lembrando que a definição de função derivada é dada pelo seguinte limite, se existir e for finito,

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

Calculando  $f(x + \Delta x)$ ,

$$f(x + \Delta x) = 4(x + \Delta x)^2 - 3(x + \Delta x) + 2$$

$$= 4(x^2 + 2x \cdot \Delta x + (\Delta x)^2) - 3x - 3\Delta x + 2$$

Calculando separadamente  $f(x + \Delta x) - f(x)$ ,

$$f(x + \Delta x) - f(x) = 4x^2 + 8x \cdot \Delta x + 4(\Delta x)^2 - 3x - 3\Delta x + 2 - (4x^2 - 3x + 2)$$

$$= \Delta x(8x + 4 \cdot \Delta x + (\Delta x)^2 - 3)$$

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta x(8x + 4 \cdot \Delta x + (\Delta x)^2 - 3)}{\Delta x}$$

$$= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} (8x + 4 \cdot \Delta x + (\Delta x)^2 - 3) = 8x - 3$$

Resposta:  $f'(x) = 8x - 3$ .

### P 2.17

Resolução: Para verificar se existe derivada em  $x = 1$ , devemos verificar se existe o limite e se é finito

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$$

Como existem duas expressões para a função, devemos calcular os limites laterais em  $x_0 = 1$ .

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 1+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} &= \lim_{x \rightarrow 1+} \frac{(x + 2) - (1 + 2)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1+} \frac{x - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1+} 1 = 1 \\ \lim_{x \rightarrow 1-} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} &= \lim_{x \rightarrow 1-} \frac{(x^2) - (1^2)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1-} \frac{x^2 - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1-} \frac{(x - 1)(x + 1)}{x - 1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1-} x + 1 = 1 + 1 = 2\end{aligned}$$

Resposta: Como os limites laterais são diferentes, não existe limite, portanto, a função não é derivável em  $x_0 = 1$ .

### P 2.19

Resolução: Para que a função seja derivável no ponto  $x_0 = 4$ , devemos verificar se existe e é finito o seguinte limite:

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x) - f(4)}{x - 4}$$

Para isso, vamos calcular os limites laterais verificar se são iguais:

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 4-} \frac{f(x) - f(4)}{x - 4} &= \lim_{x \rightarrow 4-} \frac{-x - (-4)}{x - 4} = \lim_{x \rightarrow 4-} \frac{-(x - 4)}{x - 4} = \lim_{x \rightarrow 4-} -1 = -1 \\ \lim_{x \rightarrow 4+} \frac{f(x) - f(4)}{x - 4} &= \lim_{x \rightarrow 4+} \frac{x^2 + 4x + 3 - (4^2 + 4 \cdot 4 + 3)}{x - 4} \\ &= \lim_{x \rightarrow 4+} \frac{x^2 + 4x + 3 - (35)}{x - 4} = \lim_{x \rightarrow 4+} \frac{x^2 + 4x - 32}{x - 4}\end{aligned}$$

Fatorando o numerador pela igualdade  $ax^2 + bx + c = a \cdot (x - x')(x - x'')$ , onde  $x'$  e  $x''$  são as raízes determinadas pela fórmula de Bháskara, temos:

$$\begin{aligned}x^2 + 4x - 32 &= 0 \\ x &= \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-32)}}{2 \cdot 1} = \frac{-4 \pm \sqrt{144}}{2} = \frac{-4 \pm 12}{2} = \begin{cases} x' = -8 \\ x'' = 4 \end{cases}\end{aligned}$$

Voltando ao limite,

$$\lim_{x \rightarrow 4+} \frac{x^2 + 4x - 32}{x - 4} = \lim_{x \rightarrow 4+} \frac{(x + 8)(x - 4)}{x - 4} = \lim_{x \rightarrow 4+} (x + 8) = 4 + 8 = 12$$

Resposta: Como os limites laterais são diferentes, função não é derivável em  $x_0 = 4$ , logo, não existe  $f'(4)$ .



**P 2.20**

Resolução: Para que a função seja derivável no ponto  $x_0 = 1$ , devemos verificar se existe e é finito o seguinte limite:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$$

Para isso, vamos calcular os limites laterais e fazê-los iguais:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} &= \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1 - x^2 - (1 - 1^2)}{x - 1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1 - x^2}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(1 - x)(1 + x)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} -(1 + x) = -2 \end{aligned}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{ax + b - (a \cdot 1 + b)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{ax - a}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{a(x - 1)}{x - 1} = a$$

Igualando os limites laterais, temos que  $a = -2$ . Como a função deve ser contínua, também devemos ter  $f(1_+) = f(1_-)$ , ou seja,  $b = 0$ .

Resposta:  $a = -2$  e  $b = 0$ .

**P 2.22**

Resolução:

Como vimos anteriormente,  $m = f'(x_0)$ , então:

$$f'(x) = \frac{-4}{2\sqrt{9-4x}} \rightarrow m = f'(-4) = \frac{-4}{2\sqrt{9-4(-4)}} = \frac{-4}{2 \cdot 5} = -\frac{2}{5}$$

Resposta:  $m = -\frac{2}{5}$ .

**P 2.23**

Resolução:

Como vimos anteriormente,  $m = f'(x_0)$ , então:

$$f(x) = x^{\frac{1}{2}} \rightarrow f'(x) = -\frac{1}{2}x^{-\frac{3}{2}} \rightarrow m = f'(4) = -\frac{1}{2\sqrt{4^3}} = -\frac{1}{16}$$

Resposta:  $m = -\frac{1}{16}$ .

**P 2.24**

Resolução:

Como vimos anteriormente,  $m = f'(x_0)$ , então:

$$f'(x) = 2(x + 3) \rightarrow m = f'(1) = 2(1 + 3) = 8$$

Resposta:  $m = 8$ .

**P 2.25**

Resolução:

Como vimos anteriormente,  $m = f'(x_0)$ , então:

$$f'(x) = \frac{-3}{(x+2)^2} \rightarrow m = f'(2) = \frac{-3}{(2+2)^2} = \frac{-3}{16}$$

Resposta:  $m = -\frac{3}{16}$ .

**P 2.26**

Resolução:

Como vimos anteriormente,  $m = f'(x_0)$ , então:

$$f(x) = 2x^{\frac{1}{3}} \rightarrow f'(x) = 2 \cdot \frac{1}{3} x^{-\frac{2}{3}} \rightarrow m = f'\left(\frac{1}{8}\right) = \frac{2}{3 \sqrt[3]{\left(\frac{1}{8}\right)^2}} = 2 \cdot \frac{4}{3} = \frac{8}{3}$$

Resposta:  $m = \frac{8}{3}$ .

**P 2.29**

Resolução: De acordo com a equação da reta tangente que passa pelo ponto  $P(x_0, y_0)$ ,

$$y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$$

onde  $y_0 = f(x_0)$ , então:

$$y_0 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 2\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4} - 1 = -\frac{3}{4}$$

$$f'(x) = 2x - 3 \rightarrow f'\left(\frac{1}{2}\right) = 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right) - 3 = 1 - 3 = -2$$

Substituindo na equação,

$$y - \left(-\frac{3}{4}\right) = -2\left(x - \frac{1}{2}\right)$$

$$y = -2x + 1 - \frac{3}{4}$$

$$y = -2x + \frac{1}{4}$$

Resposta: A equação da reta tangente é dada por  $y = -2x + \frac{1}{4}$ .

### **P 2.30**

Resolução: De acordo com a equação da reta tangente que passa pelo ponto  $P(x_0, y_0)$ ,

$$y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$$

onde  $y_0 = f(x_0)$ , então:

$$y_0 = \frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right)} = 2$$

$$f'(x) = -\frac{1}{x^2} \rightarrow f'\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right)^2} = -4$$

Substituindo na equação,

$$y - 2 = -4\left(x - \frac{1}{2}\right)$$

$$y = -4x + 2 + 2$$

$$y = -4x + 4$$

Resposta: A equação da reta tangente é dada por  $y = -4x + 4$ .

### **P 2.31**

Resolução: De acordo com a equação da reta tangente que passa pelo ponto  $P(x_0, y_0)$ ,

$$y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$$

$$f'(x) = 4x - 5 \rightarrow f'(-1) = 4(-1) - 5 = -9$$

Substituindo na equação,

$$y - (-2) = -9(x - (-1))$$

$$y = -9x - 1 + 2$$

$$y = -9x + 1$$

Resposta: A equação da reta tangente é dada por  $y = -9x + 1$ .

### P 2.33

Resolução: Lembrando que a equação da reta tangente que passa pelo ponto  $P(x_0, y_0)$  é

$$y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$$

e da reta normal é

$$y - y_0 = \frac{-1}{f'(x_0)}(x - x_0)$$

Então:

$$f'(x) = -\frac{2}{(x+3)^2} \rightarrow f'(0) = -\frac{2}{(0+3)^2} = -\frac{2}{9}$$

Reta tangente:

$$y - \frac{2}{3} = -\frac{2}{9}(x - 0)$$

$$y = -\frac{2}{9}x + \frac{2}{3}$$

Reta normal:

$$y - \frac{2}{3} = \frac{9}{2}(x - 0)$$

$$y = \frac{9}{2}x + \frac{2}{3}$$

Resposta: Reta tangente:  $y = -\frac{2}{9}x + \frac{2}{3}$  e reta normal:  $y = \frac{9}{2}x + \frac{2}{3}$ .

### P 2.35

Resolução: Vamos escrever a equação da reta tangente à função no ponto dado.

$$y = 2\sqrt{x} = 2x^{\frac{1}{2}} \rightarrow y' = 2 \cdot \frac{1}{2} x^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{x}} \rightarrow y'(1) = \frac{1}{\sqrt{1}} = 1$$

Equação da reta tangente:

$$y - 2 = 1(x - 1)$$

$$y = x - 1 + 2 = x + 1$$

Para encontrar a interseção com o eixo  $x$ , substituímos na equação  $y = 0$ :

$$y = 0 \rightarrow 0 = x + 1 \rightarrow x = -1. \text{ O ponto é } A(-1,0).$$

Para encontrar a interseção com o eixo  $y$ , substituímos na equação  $x = 0$ :

$$x = 0 \rightarrow y = 0 + 1 \rightarrow y = 1. \text{ O ponto é } B(0,1).$$

Resposta:  $A(-1,0)$  é o ponto de interseção com o eixo  $x$  e  $B(0,1)$  é o ponto de interseção com o eixo  $y$ .

### P 2.38

Resolução: Como foi visto,  $v(t) = s'(t)$  e  $a(t) = v'(t) = s''(t)$ , logo:

$$s(t) = t^2 + 3t \rightarrow \begin{cases} s(0) = 0^2 + 3 \cdot 0 = 0 \\ s(1) = 1^2 + 3 \cdot 1 = 4 \\ s(2) = 2^2 + 3 \cdot 2 = 10 \end{cases}$$

$$v(t) = s'(t) = 2t + 3 \rightarrow \begin{cases} v(0) = 2 \cdot 0 + 3 = 3 \\ v(1) = 2 \cdot 1 + 3 = 5 \\ v(2) = 2 \cdot 2 + 3 = 7 \end{cases}$$

$$a(t) = v'(t) = 2 \rightarrow \begin{cases} a(0) = 2 \\ a(1) = 2 \\ a(2) = 2 \end{cases}$$

Resposta:

$$t = 0: s = 0 \text{ m}; v = 3 \text{ m/s}; a = 2 \text{ m/s}^2$$

$$t = 1: s = 4 \text{ m}; v = 5 \text{ m/s}; a = 2 \text{ m/s}^2$$

$$t = 2: s = 10 \text{ m}; v = 7 \text{ m/s}; a = 2 \text{ m/s}^2.$$

### P 2.39

Resolução: Como foi visto,  $v(t) = s'(t)$  e  $a(t) = v'(t) = s''(t)$ , logo:

$$s = 1 - 2t + 3t^2$$

$$v(t) = s'(t) = -2 + 6t$$

$$a(t) = v'(t) = 6$$

Resposta: A equação horária da velocidade é  $v(t) = -2 + 6t$  e da aceleração é  $a(t) = 6$ .

**P 2.40**

Resolução: Como foi visto,  $v(t) = s'(t)$  e  $a(t) = v'(t) = s''(t)$ , logo:

$$s = 2 \cos\left(t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$v(t) = s'(t) = -2 \sin\left(t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$a(t) = v'(t) = -2 \cos\left(t + \frac{\pi}{2}\right)$$

Resposta: A equação horária da velocidade é  $v(t) = -2 \sin\left(t + \frac{\pi}{2}\right)$  e da aceleração é  $a(t) = -2 \cos\left(t + \frac{\pi}{2}\right)$ .

**P 2.41**

Resolução: Como foi visto,  $v(t) = s'(t)$  e  $a(t) = v'(t) = s''(t)$ , logo:

$$s = r \cos(wt + \varphi)$$

$$v(t) = s'(t) = -rw \sin(wt + \varphi)$$

$$a(t) = v'(t) = -rw^2 \cos(wt + \varphi)$$

Resposta: A equação horária da velocidade é  $v(t) = -rw \sin(wt + \varphi)$  e da aceleração é  $a(t) = -rw^2 \cos(wt + \varphi)$ .

**P 2.44**

Resolução: Aplicando as regras de derivação que estão resumidas na tabela de derivadas,

a)  $y = u^m \rightarrow y' = mu^{m-1} \cdot u'$ , então:

$$y' = \pi \cdot \frac{1}{5} \cdot x^{\frac{1}{5}-1} = \frac{\pi}{5} \cdot x^{-\frac{4}{5}} = \frac{\pi}{5\sqrt[5]{x^4}}$$

Resposta:  $y' = \frac{\pi}{5\sqrt[5]{x^4}}$

b)  $y = u \cdot v \rightarrow y' = u'v + uv'$ , então:

$$y' = \cos(2x) \cdot 2 \cdot \ln(3x) + \sin(2x) \cdot \frac{3}{3x} = 2\cos(2x) \cdot \ln(3x) + \frac{\sin(2x)}{x}$$

Resposta:  $y' = 2\cos(2x) \cdot \ln(3x) + \frac{\sin(2x)}{x}$ .

c)  $y = \frac{u}{v} \rightarrow y' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$ , então:

$$\begin{aligned} y' &= \frac{(x \cdot \sin x)' (1 + \cos x) - (x \cdot \sin x) (1 + \cos x)'}{(1 + \cos x)^2} \\ &= \frac{(1 \cdot \sin x + x \cdot \cos x)(1 + \cos x) - (x \cdot \sin x)(-\sin x)}{(1 + \cos x)^2} \\ &= \frac{\sin x + x \cdot \cos x + \cos x \sin x + x \cdot \cos^2 x + x \cdot \sin^2 x}{(1 + \cos x)^2} \\ &= \frac{\sin x + x \cdot \cos x + \cos x \sin x + x \cdot (\cos^2 x + \sin^2 x)}{(1 + \cos x)^2} \\ &= \frac{\sin x + x \cdot \cos x + \cos x \sin x + x \cdot 1}{(1 + \cos x)^2} \\ &= \frac{\sin x + \cos x \sin x + x \cdot \cos x + x \cdot 1}{(1 + \cos x)^2} \\ &= \frac{\sin x(1 + \cos x) + x(\cos x + 1)}{(1 + \cos x)^2} = \frac{(1 + \cos x)(\sin x + x)}{(1 + \cos x)^2} \\ &= \frac{(\sin x + x)}{(1 + \cos x)} \end{aligned}$$

Resposta:  $y' = \frac{\sin x + x}{1 + \cos x}$ .

d)  $y = u^m \rightarrow y' = mu^{m-1} \cdot u'$ , então:

$$y' = \frac{a}{6} \cdot 6x^5 + 0 = a \cdot x^5$$

Resposta:  $y' = ax^5$ .

e)  $y = u \cdot v \rightarrow y' = u'v + uv'$ , então:

$$\begin{aligned} y' &= 5 \cdot (2x)^4 \cdot 2\sqrt{2x^3} + (2x)^5 \cdot \frac{1}{2}(2x^3)^{\frac{1}{2}-1} \cdot 6x^2 \\ &= 5 \cdot 2^5 x^4 \sqrt{2x^2 \cdot x} + 2^5 x^5 \cdot \frac{1}{2} (2x^2 \cdot x)^{-\frac{1}{2}} \cdot 6x^2 \\ &= 5 \cdot 2^5 x^4 \cdot x \sqrt{2x} + 3 \cdot 2^5 x^7 \cdot x^{-1} (2x)^{-\frac{1}{2}} = 5 \cdot 2^5 x^5 \sqrt{2x} + \frac{3 \cdot 2^5 x^6 \sqrt{2x}}{\sqrt{2x} \sqrt{2x}} \\ &= 5 \cdot 2^5 x^5 \sqrt{2x} + \frac{3 \cdot 2^5 x^6}{2x} \sqrt{2x} = 5 \cdot 2^5 x^5 \sqrt{2x} + 3 \cdot 2^4 x^5 \sqrt{2x} \\ &= 16x^5 \sqrt{2x} (10 + 3) = 208x^5 \sqrt{2x} \end{aligned}$$

Resposta:  $y' = 208x^5\sqrt{2x}$ .

f)  $y = \frac{u}{v} \rightarrow y' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$ , então:

$$\begin{aligned} y' &= \frac{(5a)'(\sqrt[5]{ax^3}) - (5a)(\sqrt[5]{ax^3})'}{(\sqrt[5]{ax^3})^2} = \frac{0 \cdot (\sqrt[5]{ax^3}) - (5a)\frac{1}{5}(ax^3)^{\frac{1}{5}-1} \cdot 3ax^2}{(\sqrt[5]{ax^3})^2} \\ &= \frac{-(5a)\frac{1}{5}\frac{\sqrt[5]{ax^3}}{ax^3} \cdot 3ax^2}{(\sqrt[5]{ax^3})^2} = -\frac{\sqrt[5]{ax^3}}{x} \times \frac{3a}{(\sqrt[5]{ax^3})^2} = -\frac{3a}{x\sqrt[5]{ax^3}} \end{aligned}$$

Resposta:  $y' = -\frac{3a}{x\sqrt[5]{ax^3}}$ .

g)  $y = \frac{u}{v} \rightarrow y' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$ , então:

$$\begin{aligned} y' &= \frac{\operatorname{tg}(3x)a^2x^6}{a^x} = \frac{(\operatorname{tg}(3x)a^2x^6)'(a^x) - (\operatorname{tg}(3x)a^2x^6)(a^x)'}{(a^x)^2} \\ &= \frac{(3 \cdot \sec^2(3x)a^2x^6 + \operatorname{tg}(3x)a^2 \cdot 6x^5)(a^x) - (\operatorname{tg}(3x)a^2x^6)(a^x \cdot \ln a)}{a^{2x}} \\ &= \frac{(3 \cdot \sec^2(3x)a^2x^6 + \operatorname{tg}(3x)a^2 \cdot 6x^5) - (\operatorname{tg}(3x)a^2x^6) \cdot \ln a}{a^x} \\ &= \frac{a^2x^5(3x \sec^2(3x) + 6 \operatorname{tg}(3x) - x \operatorname{tg}(3x) \ln a)}{a^x} \end{aligned}$$

Resposta:  $y' = \frac{a^2x^5(3x \sec^2(3x) + 6 \operatorname{tg}(3x) - x \operatorname{tg}(3x) \ln a)}{a^x}$ .

h)  $y = u^m \rightarrow y' = mu^{m-1} \cdot u'$ , então:

$$y' = 2 \cdot \cos(3x) (-\sin(3x) \cdot 3) = -3(2 \cos(3x) \sin(3x)) = -3 \sin(6x)$$

Resposta:  $y' = -3 \sin(6x)$ .

## P 2.45

Resolução:

Aplicando a regra de derivação da função exponencial, temos:

$$y = e^u \rightarrow y' = e^u \cdot u'$$

$$y' = e^{\sin x} (\sin x)' = e^{\sin x} \cos x$$

$$y'(0) = e^{\sin 0} \cos 0 = e^0 \cdot 1 = 1$$

Resposta:  $y' = e^{\sin x} \cos x$  e  $y'(0) = 1$ .



**P 2.47**

Resolução: Aplicando a regra de derivação da função potência-exponencial, temos:

$$y = u^v \rightarrow y' = u^v \cdot \left[ v' \cdot \ln u + v \cdot \frac{u'}{u} \right]$$

$$f'(x) = (1 + 4x^2)^{\arctg(2x)} \left[ (\arctg(2x))' \cdot \ln(1 + 4x^2) + (\arctg(2x)) \frac{(1 + 4x^2)'}{1 + 4x^2} \right]$$

$$\begin{aligned} f'(x) &= (1 + 4x^2)^{\arctg(2x)} \left[ \left( \frac{2}{1 + 4x^2} \right) \cdot \ln(1 + 4x^2) + (\arctg(2x)) \frac{8x}{1 + 4x^2} \right] \\ &= 2(1 + 4x^2)^{\arctg(2x)-1} [\ln(1 + 4x^2) + 4x \arctg(2x)] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f'(0) &= (1 + 4 \cdot 0^2)^{\arctg(2 \cdot 0)} \left[ \left( \frac{2}{1 + 4 \cdot 0^2} \right) \cdot \ln(1 + 4 \cdot 0^2) + (\arctg(2 \cdot 0)) \frac{8 \cdot 0}{1 + 4 \cdot 0^2} \right] \\ &= 1^0 \left[ 2 \cdot \ln 1 + 0 \cdot \frac{0}{1} \right] = 0 \end{aligned}$$

Resposta:  $f'(x) = 2(1 + 4x^2)^{\arctg(2x)-1} [\ln(1 + 4x^2) + 4x \arctg(2x)]$  e  $f'(0) = 0$ , pois  $\ln 1$ .

**P 2.49**

Resolução: Aplicando as regras de derivação que estão resumidas na tabela de derivadas,

$$\text{a) } y = \arcsen u \rightarrow y' = \frac{u'}{\sqrt{1-u^2}} \text{ para } |u| < 1$$

$$f'(x) = \frac{3}{\sqrt{1-(3x)^2}} = \frac{3}{\sqrt{1-9x^2}}$$

$$\text{Resposta: } f'(x) = \frac{3}{\sqrt{1-9x^2}}$$

$$\text{b) } y = \arccos u \rightarrow y' = \frac{-u'}{\sqrt{1-u^2}} \text{ para } |u| < 1$$

$$f'(x) = \frac{-5}{\sqrt{1-(5x)^2}} = \frac{-5}{\sqrt{1-25x^2}}$$

$$\text{Resposta: } f'(x) = \frac{-5}{\sqrt{1-25x^2}}$$

$$\text{c) } y = \arccos u \rightarrow y' = \frac{-u'}{\sqrt{1-u^2}} \text{ para } |u| < 1$$

$$f'(x) = \frac{2x}{\sqrt{1 - (1 - x^2)^2}} = \frac{2x}{\sqrt{1 - (1 - 2x^2 + x^4)}} = \frac{2x}{\sqrt{1 - 1 + 2x^2 - x^4}} = \frac{2}{\sqrt{2x^2 - x^4}}$$

$$= \frac{2}{\sqrt{x^2(2 - x^2)}} = \frac{2}{x\sqrt{2 - x^2}}$$

Resposta:  $f'(x) = \frac{2}{x\sqrt{2-x^2}}$

d)  $y = \operatorname{arctg} u \rightarrow y' = \frac{u'}{1+u^2}$

$$f'(x) = \frac{\frac{1}{3}}{1 + \left(\frac{x}{3}\right)^2} = \frac{1}{3\left(1 + \frac{x^2}{9}\right)} = \frac{1}{3\left(\frac{9+x^2}{9}\right)} = \frac{9}{3(9+x^2)} = \frac{3}{9+x^2}$$

Resposta:  $f'(x) = \frac{3}{9+x^2}$

e)  $y = \operatorname{arc cotg} u \rightarrow y' = \frac{-u'}{1+u^2}$

$$f'(x) = \frac{-\left(\frac{2x^3}{3}\right)'}{1 + \left(\frac{2x^3}{3}\right)^2}$$

Como

$$\left(\frac{2x^3}{3}\right)' = \frac{2 \cdot 3x^2}{3} = 2x^2$$

então,

$$f'(x) = \frac{-2x^2}{1 + \frac{4x^6}{9}} = \frac{-2x^2}{\frac{9+4x^6}{9}} = -2x^2 \times \frac{9}{9+4x^6} = -\frac{18x^2}{9+4x^6}$$

Resposta:  $f'(x) = -\frac{18x^2}{9+4x^6}$ .

f)  $y = \operatorname{arc cotg} u \rightarrow y' = \frac{-u'}{1+u^2}$

$$f'(x) = \frac{-(x^2 + 3)'}{1 + (x^2 + 3)^2} = \frac{-2x}{1 + x^4 + 6x^2 + 9} = \frac{-2x}{x^4 + 6x^2 + 10}$$

Resposta:  $f'(x) = \frac{-2x}{x^4+6x^2+10}$ .

g)  $y = \operatorname{arc sec} u \rightarrow y' = \frac{u'}{u\sqrt{u^2-1}}$  para  $|u| > 1$

$$f'(x) = \frac{(x^3)'}{x^3\sqrt{(x^3)^2-1}} = \frac{3x^2}{x^3\sqrt{x^6-1}} = \frac{3}{x\sqrt{x^6-1}}$$

Resposta:  $f'(x) = \frac{3}{x\sqrt{x^6-1}}$ .

h)  $y = \operatorname{arc cossec} u \rightarrow y' = \frac{-u'}{u\sqrt{u^2-1}}$  para  $|u| > 1$

Temos que

$$\left(\frac{3}{2x}\right)' = \left(\frac{3}{2}x^{-1}\right)' = \frac{3}{2}(-x^{-2}) = -\frac{3}{2x^2}$$

então,

$$f'(x) = \frac{-\frac{3}{2x^2}}{\frac{3}{2x}\sqrt{\left(\frac{3}{2x}\right)^2 - 1}} = -\frac{3}{2x^2} \times \frac{1}{\frac{3}{2x}\sqrt{\frac{9-4x^2}{4x^2}}} = -\frac{1}{x} \times \frac{1}{\frac{\sqrt{9-4x^2}}{\sqrt{4x^2}}} = \frac{1}{x} \times \frac{2x}{\sqrt{9-4x^2}} = \frac{-2}{\sqrt{9-4x^2}}$$

Resposta:  $f'(x) = \frac{-2}{\sqrt{9-4x^2}}$ .

### P 2.51

Resolução:

$$f(x) = e^x \rightarrow f'(x) = e^x \rightarrow f''(x) = e^x \rightarrow f'''(x) = e^x \rightarrow f^{(n)}(x) = e^x.$$

$$f(x) = 2^x$$

$$f'(x) = 2^x \cdot \ln 2$$

$$f''(x) = 2^x (\ln 2)^2$$

$$f'''(x) = 2^x (\ln 2)^3 \rightarrow \dots \rightarrow f^{(n)}(x) = 2^x (\ln 2)^n.$$

### P 2.52

Resolução:

a)  $f'(x) = -\sin x = \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$

$$f''(x) = -\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = -\cos\left(x + 2 \cdot \frac{\pi}{2}\right)$$

$$f'''(x) = \sin\left(x + 2 \cdot \frac{\pi}{2}\right) = \cos\left(x + 3 \cdot \frac{\pi}{2}\right)$$

...

$$f^{(n)}(x) = \cos\left(x + \frac{n\pi}{2}\right) (-1)^n.$$

b)  $f(x) = (2+x)^{-1}$

$$f'(x) = -(2+x)^{-2}$$

$$f''(x) = 2(2+x)^{-3}$$

$$f'''(x) = -2 \cdot 3(2+x)^{-4}$$

...

$$f^{(n)}(x) = \frac{(-1)^n n!}{(2+x)^{n+1}}.$$

$$c) \quad f'(x) = 3 \cdot \cos(3x + 1) = 3 \left[ \sin \left( 3x + 1 + \frac{\pi}{2} \right) \right]$$

$$f''(x) = 3^2 \cdot \cos \left( 3x + 1 + \frac{\pi}{2} \right) = 3^2 \left[ \sin \left( 3x + 1 + \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} \right) \right] = 3^2 \left[ \sin \left( 3x + 1 + 2 \frac{\pi}{2} \right) \right]$$

$$f'''(x) = 3^3 \cdot \cos \left( 3x + 1 + 2 \frac{\pi}{2} \right) = 3^3 \left[ \sin \left( 3x + 1 + 2 \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} \right) \right] = 3^3 \left[ \sin \left( 3x + 1 + 3 \frac{\pi}{2} \right) \right]$$

...

$$f^{(n)}(x) = 3^n \sin \left( 3x + 1 + \frac{n\pi}{2} \right)$$

**P 2.54**

Resolução:

Escrevendo  $f(x) = \sin^2 \left( \frac{x}{2} \right) = \left( \sin \left( \frac{x}{2} \right) \right)^2$  vamos aplicar a fórmula da potência:

$$y = u^\alpha \rightarrow y' = \alpha u^{\alpha-1} \cdot u'$$

Devemos lembrar, também que:

$$\sin(2\alpha) = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

Então,

$$f'(x) = 2 \left( \sin \left( \frac{x}{2} \right) \right)^1 \cdot \cos \left( \frac{x}{2} \right) \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \sin \left( 2 \left( \frac{x}{2} \right) \right) = \frac{1}{2} \sin x$$

$$f''(x) = \frac{1}{2} \cdot \cos x$$

$$f'''(x) = \frac{1}{2} \cdot (-\sin x)$$

$$f^{(4)}(x) = -\frac{1}{2} \cdot \cos x$$

Resposta:  $f^{(4)}(x) = -\frac{1}{2} \cdot \cos x$

**P 2.56**

Resolução:

a) Derivando ambos os membros,

$$(x^3 y^3 - x \sin y)' = (0)'$$

$$3x^2 y^3 + x^3 3y^2 y' - (1 \cdot \sin y + x \cos y \cdot y') = 0$$

$$y'(3x^3 y^2 - x \cos y) = \sin y - 3x^2 y^3$$

$$y' = \frac{\operatorname{sen} y - 3x^2 y^3}{3x^3 y^2 - x \cos y}$$

Resposta:  $y' = y' = \frac{\operatorname{sen} y - 3x^2 y^3}{3x^3 y^2 - x \cos y}$ .

b) Derivando ambos os membros,

$$(3x^2 y^4 - x^3 - 4y^3)' = (2 + 4x)'$$

$$6xy^4 + 3x^2 4y^3 y' - 3x^2 - 12y^2 y' = 0 + 4$$

$$12x^2 y^3 y' - 12y^2 y' = 4 + 3x^2 - 6xy^4$$

$$y'(12x^2 y^3 - 12y^2) = 4 + 3x^2 - 6xy^4$$

$$y' = \frac{4 + 3x^2 - 6xy^4}{12x^2 y^3 - 12y^2}$$

Resposta:  $y' = \frac{4 + 3x^2 - 6xy^4}{9x^2 y^3 - 12y^2}$ .

c) Derivando ambos os membros,

$$(y^2 - 3)' = (3xy - x^2)'$$

$$2y \cdot y' - 0 = 3y - 3xy' - 2x$$

$$2y \cdot y' + 3xy' = 3y - 2x$$

$$y'(2y + 3x) = 3y - 2x$$

$$y' = \frac{3y - 2x}{2y + 3x}$$

Resposta:  $y' = \frac{3y - 2x}{3x + 2y}$ .

### P 2.58

Resolução: Devemos inicialmente calcular  $y'$ :

$$(x^2 + xy + 2y^2 - 28)' = (0)'$$

$$2x + y + x \cdot y' + 4y \cdot y' - 0 = 0$$

$$x \cdot y' + 4y \cdot y' = -2x - y$$

$$y'(x + 4y) = -2x - y$$

$$y' = \frac{-2x - y}{x + 4y}$$

Lembrando que a equação da reta tangente é:  $y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$  e da reta normal é:  $y - y_0 = -\frac{1}{f'(x_0)}(x - x_0)$ , temos:

$$f'(1) = \frac{-2(1) - 2}{1 + 4(2)} = -\frac{4}{9}$$

Logo a equação da reta tangente é

$$y - 2 = -\frac{4}{9}(x - 1) \rightarrow y = -\frac{4}{9}x + \frac{4}{9} + 2 = -\frac{4}{9}x + \frac{22}{9}$$

E da reta normal é

$$y - 2 = \frac{9}{4}(x - 1) \rightarrow y = \frac{9}{4}x - \frac{9}{4} + 2 = \frac{9}{4}x - \frac{1}{4}$$

Resposta: Reta tangente:  $y = -\frac{4}{9}x + \frac{22}{9}$  e reta normal:  $y = \frac{9}{4}x - \frac{1}{4}$ .